NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-
-
-

Travail de groupe n° 4

1 heure

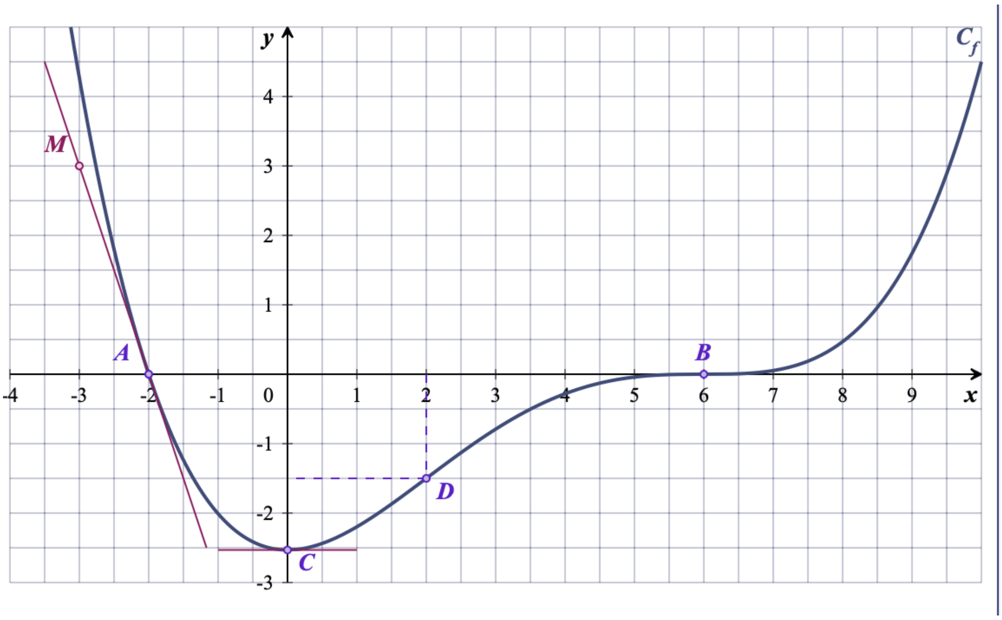
	Exercice 1	Exercice 2 -A	Exercice 2 - B	Exercice 2 - C	BONUS	Tenue du groupe
Total	4	4	4,5	5,5	2	2

Exercice 1

La courbe C_f ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe C_f coupe l'axe des abscisses au point $A(-2; 0)$ et lui est tangente au point B d'abscisse 6.

La tangente à la courbe au point A passe par le point M.

La courbe C_f admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C situé sur l'axe des ordonnées.



Par lecture graphique, donner (aucune justification n'est demandée pour les tangentes des questions 1 et 2, justifier soigneusement celle en 3.) :

1. les coordonnées de M. En déduire l'équation de la tangente à C_f au point A ;
2. $f'(0)$ et en déduire l'équation de la tangente à C_f en C.
3. Lire les coordonnées de D. De plus, sachant que $f'(2) = \dfrac{3}{4}$, calculer l'équation de la tangente à C_f en D. Enfin tracer cette tangente sur le graphique.

Exercice 2

L'objectif de cet exercice est de justifier la courbe représentative donnée en page 3.

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x^3 - 3x - 3$$

1. Démontrer que $g'(x) = 3(x+1)(x-1)$ et en déduire le tableau de variations de g.
2. On admet que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$, noté α. Conjecturer, en utilisant votre calculatrice graphique, un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
3. En déduire le signe de $g(x)$ (sans justifier).

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ par $f(x) = \dfrac{2x^3+3}{x^2-1}$.

1. Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$, $f'(x) = \dfrac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.

Partie C

On donne page 3 la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de f.

1. Placer sur le graphique le point A de la courbe d'abscisse α et les tangentes parallèles à l'axe des abscisses.

2.(a) Tracer sur le graphique la droite Δ d'équation $y = 2x$.

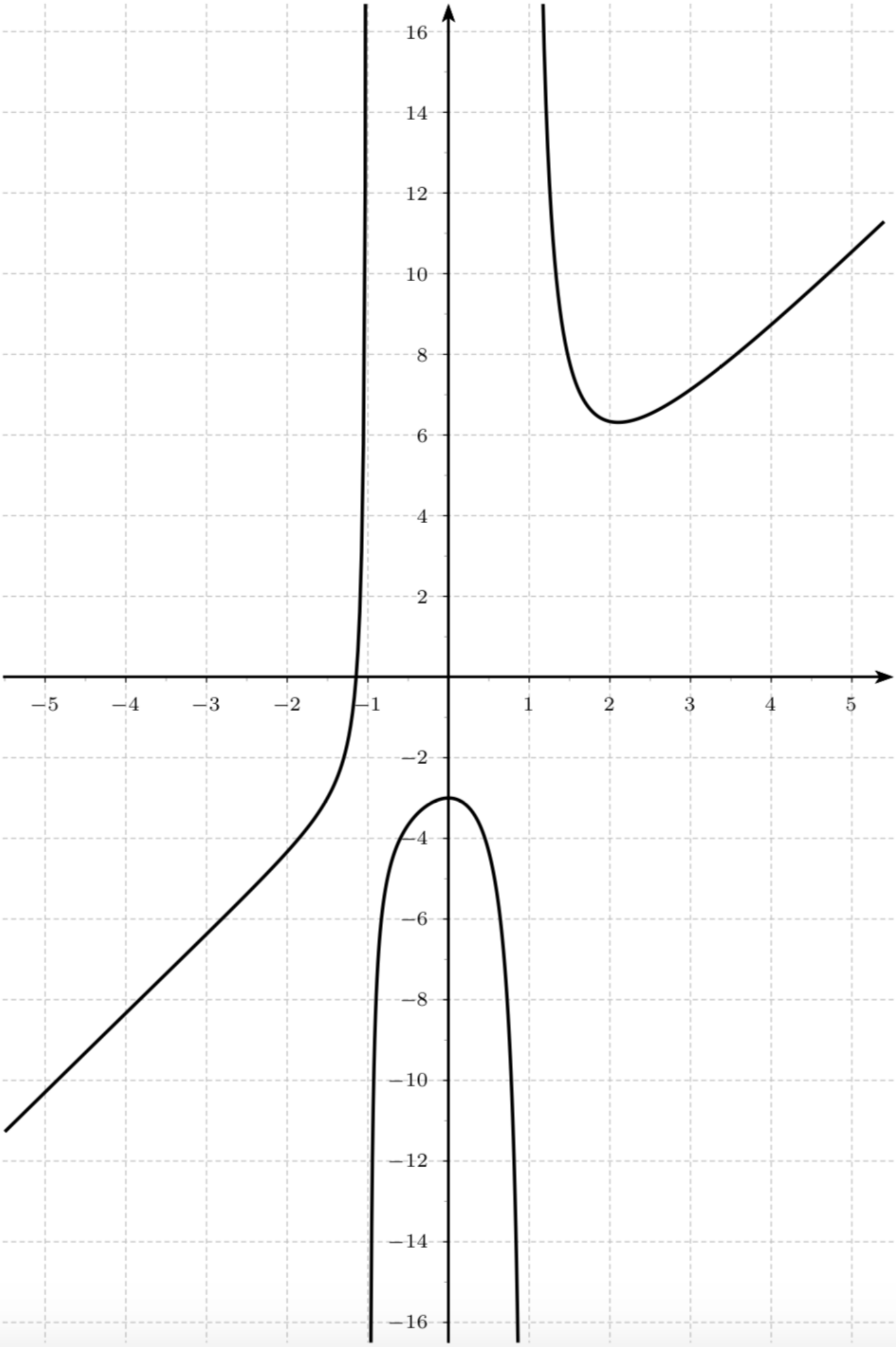
(b) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}, f(x) - 2x = \dfrac{2x+3}{x^2-1}$.

(c) Compléter, sans justifier, le tableau de signes de $f(x) - 2x$ ci-dessous :

x	$-\infty$ $\cdots$ $\cdots$ $\cdots$ $+\infty$
$2x+3$	
x^2-1	
$f(x)-2x$	

(d) En déduire la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à Δ.

BONUS : La fonction $f \ : \ x \longmapsto \dfrac{x}{1+|x|}$ est-elle dérivable en 0 ? Justifier votre réponse.


16
14
12
10
8
6
4
2
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
−2
−4
−6
−8
−10
−12
−14
−16